

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Abbildungen	XII
Verzeichnis der Tabellen	XIII
1 Einführung.....	1
1.1 Varianzanalytische Fragestellungen und Auswertungsverfahren.....	1
1.2 Anwendungsgebiete der Varianzanalyse	7
1.3 Problemstellung und Zielsetzung.....	12
1.4 Vorgehensweise	18
1.4.1 Inhaltliche Aspekte	18
1.4.2 Formale Aspekte.....	22
2 Ursachen ungleicher Zellenbesetzungen.....	26
2.1 Klassifikationen der nominalskalierten Variablen.....	26
2.2 Population und Stichprobe	31
2.3 Stichprobenverfahren.....	34
2.4 Varianzanalytische Untersuchungspläne	41
2.5 Fazit.....	50
3 Statistische Grundlagen.....	53
3.1 Matrixalgebra	53
3.1.1 Spezielle Vektor- und Matrixtypen.....	53
3.1.2 Skalare Größen.....	58
3.1.3 Orthogonalität und lineare Unabhängigkeit von Vektoren	63
3.1.4 Berechnung einer Inversen	67
3.1.4.1 Quadratische Matrix	67
3.1.4.2 Symmetrische Matrix	71

3.2	Zufallsvariablen, Zufallsvektoren und Zufallsmatrizen.....	74
3.2.1	Kenngrößen.....	74
3.2.2	Verteilungen.....	85
4	Der traditionelle Ansatz	99
4.1	Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung (Fall I).....	99
4.1.1	Einfaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung	99
4.1.1.1	Das Modell	99
4.1.1.2	Schätzung der Parameter	102
4.1.1.3	Stichprobenverteilung der Schätzer.....	121
4.1.1.4	Hypothesentests.....	127
4.1.1.5	Beispiel 1: Einfaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung.....	134
4.1.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung	142
4.1.2.1	Ohne Wechselwirkungen.....	142
4.1.2.1.1	Das Modell.....	142
4.1.2.1.2	Schätzung der Parameter	144
4.1.2.1.3	Stichprobenverteilung der Schätzer.....	157
4.1.2.1.4	Hypothesentests	161
4.1.2.2	Mit Wechselwirkungen	164
4.1.2.2.1	Das Modell.....	164
4.1.2.2.2	Schätzung der Parameter	165
4.1.2.2.3	Stichprobenverteilung der Schätzer.....	171
4.1.2.2.4	Hypothesentests	174
4.1.2.2.5	Beispiel 2: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung.....	177
4.2	Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Fall IV)	188
4.2.1	Einfaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung ...	188
4.2.1.1	Das Modell	188

4.2.1.2	Schätzung der Parameter	190
4.2.1.3	Stichprobenverteilung der Schätzer.....	202
4.2.1.4	Hypothesentests	210
4.2.1.5	Fazit	218
4.2.1.6	Beispiel 3: Einfaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	221
4.2.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung	230
4.2.2.1	Das Modell	230
4.2.2.2	Schätzung der Parameter	234
4.2.2.3	Stichprobenverteilung der Schätzer.....	245
4.2.2.4	Hypothesentests	253
4.2.2.5	Fazit	263
4.2.2.6	Beispiel 4: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher disproportionaler Zellenbesetzung	267
4.2.2.7	Beispiel 5: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher proportionaler Zellenbesetzung.....	277
5	Das allgemeine lineare Modell	286
5.1	Das Modell.....	286
5.2	Schätzung der Parameter.....	289
5.2.1	Schätzbarkeit der β -Parameter.....	289
5.2.2	Zerlegung der Quadratsummen.....	299
5.3	Stichprobenverteilung der Schätzer	315
5.4	Hypothesentests	318
5.5	Die allgemeine lineare Hypothese (ALH)	320
5.5.1	Hypothesenformulierung.....	320
5.5.2	Hypothesenquadratsumme	322
5.5.3	Vollständiges und reduziertes Modell.....	325
5.5.4	Hypothesenprüfung.....	331

5.5.4.1	Prüfung einer Hypothesenquadratsumme.....	331
5.5.4.2	Prüfung mehrerer Hypothesenquadratsummen	337
5.5.4.3	Erzeugung nachträglicher Unabhängigkeit	341
5.5.5	Spezialfälle der ALH	346
6	Der Linearmodell-Ansatz.....	358
6.1	Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung (Fall I)	358
6.1.1	Zellenmittelwertkodierung einer zweifaktoriellen Varianz- analyse mit gleicher Zellenbesetzung	358
6.1.1.1	Das Modell	358
6.1.1.2	Hypothesentests	361
6.1.1.3	Beispiel 2: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung (Fortsetzung)	379
6.1.2	Effektkodierung einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung.....	388
6.1.2.1	Das Modell	388
6.1.2.2	Die Parameter des vollständigen Modells	392
6.1.2.3	Die Parameter der reduzierten Modelle.....	402
6.1.2.4	Hypothesentests.....	405
6.1.2.5	Beispiel 2: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit gleicher Zellenbesetzung (Fortsetzung)	411
6.2	Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Fall IV)	418
6.2.1	Zellenmittelwertkodierung einer zweifaktoriellen Varianz- analyse mit ungleicher Zellenbesetzung	418
6.2.1.1	Das Modell	418
6.2.1.2	Hypothesentests.....	419
6.2.1.3	Beispiel 4: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Fortsetzung)	426
6.2.2	Effektkodierung einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	437
6.2.2.1	Das Modell	437

6.2.2.2	Die Parameter des vollständigen Modells	440
6.2.2.3	Die Parameter der reduzierten Modelle.....	446
6.2.2.4	Hypothesentests.....	451
6.2.2.5	Beispiel 4: Zweifaktorielle Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Fortsetzung)	460
7	Folgen ungleicher Zellenbesetzungen.....	476
7.1	Verschiedene Nullhypothesen	476
7.2	Fehlende Unabhängigkeit	491
7.3	Auswertungsmethoden.....	496
8	Zusammenfassung.....	502
A	Anhang	523
A.1	Traditionelle Abweichungsquadratsummen	523
A.1.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	523
A.1.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse ohne Wechselwirkungen	527
A.1.3	Zweifaktorielle Varianzanalyse mit Wechselwirkungen.....	529
A.2	Herleitung der Erwartungswerte (4.1-71), (4.1-72) und (4.1-73).....	535
A.3	Vereinfachung der Größe $\boldsymbol{\mu}' \cdot \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\mu}$ bei der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung	540
A.4	Berechnung der Inversen $[\mathbf{A}_2]^{-1}$ aus Gleichung (6.1-72)	544
	Literaturverzeichnis.....	549

Verzeichnis der Abbildungen

Abbildung 2.3–1:	Urnenmodell eines einfachen Zufallsstichprobenverfahrens	34
Abbildung 2.3–2:	Urnenmodell eines geschichteten Zufallsstichprobenverfahrens ...	37
Abbildung 2.3–3:	Geschichtete Stichprobe	38
Abbildung 2.3–4:	Urnenmodell eines dreistufigen Zufallsstichprobenverfahrens.....	40
Abbildung 2.5–1:	Ursachen ungleicher Zellenbesetzungen	51
Abbildung 4.2–1:	Die Matrix \mathbf{H}_B bei der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung	238
Abbildung 4.2–2:	Das Matrizenprodukt $\mathbf{H}_A \cdot \mathbf{H}_B = \mathbf{H}_B \cdot \mathbf{H}_A$ bei der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	251
Abbildung 6.1–1:	Aussehen der Hypothesenmatrizen \mathbf{K}_A' und \mathbf{K}_B' bei Verwendung der Regel (6.1-25)	372
Abbildung 6.1–2:	Aussehen der Hypothesenmatrix $\mathbf{K}_{A \times B}'$ bei Verwendung der Regel (6.1-25)	373
Abbildung 6.1–3:	Aussehen der Hypothesenmatrizen \mathbf{K}_A' und \mathbf{K}_B' bei Verwendung der Regel (6.1-26)	376
Abbildung 6.1–4:	Aussehen der Hypothesenmatrix $\mathbf{K}_{A \times B}'$ bei Verwendung der Regel (6.1-26)	377
Abbildung 6.1–5:	Die Kreuzproduktmatrix $\mathbf{X}' \cdot \mathbf{X}$ des vollständigen Modells einer zweifaktoriellen effektkodierten Varianzanalyse	393
Abbildung 6.1–6:	Modellvarianten im zweifaktoriellen Fall mit Wechselwirkungen	403
Abbildung 6.1–7:	Die Modellvarianten und ihre erklärten Quadratsummen	407
Abbildung 6.2–1:	Gestalt der Kreuzproduktmatrix $\mathbf{X}' \cdot \mathbf{X}$ für den Fall, dass $p = 2$ und $q = 3$ gilt	443

Verzeichnis der Tabellen

Tabelle 1.1–1:	Typen der Varianzanalyse	4
Tabelle 1.2–1:	Anwendungsbezogene Problemstellungen der Varianzanalyse	9
Tabelle 1.3–1:	Schema der zweifaktoriellen Varianzanalyse.....	14
Tabelle 2.4–1:	Mögliche Stichprobenverfahren bei einer varianz-analytischen Untersuchung mit einem Faktor	42
Tabelle 2.4–2:	Mögliche Stichprobenverfahren bei einer varianz-analytischen Untersuchung mit zwei Faktoren.....	44
Tabelle 2.5–1:	Stichproben-Populations-Situationen	52
Tabelle 3.2–1:	Stochastische Unabhängigkeit, lineare Unabhängigkeit und Korrelation zweier Zufallsvariablen.....	78
Tabelle 3.2–2:	Theorem zur χ^2 -Verteilung quadratischer Formen und einige Spezialfälle des Theorems	92
Tabelle 3.2–3:	Theorem zur Unabhängigkeit quadratischer Formen und einige Spezialfälle des Theorems	94
Tabelle 3.2–4:	Theorem zur χ^2 -Verteilung und Unabhängigkeit quadra-tischer Formen und einige Spezialfälle des Theorems	98
Tabelle 4.1–1:	Varianztabelle einer einfaktoriellen Varianzanalyse.....	114
Tabelle 4.1–2:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der einfaktoriellen Varianzanalyse	120
Tabelle 4.1–3	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen der einfaktoriellen Varianzanalyse	126
Tabelle 4.1–4:	Daten des Beispiels 1.....	134
Tabelle 4.1–5:	Berechnungen zum Beispiel 1: der traditionelle Ansatz	137
Tabelle 4.1–6:	Varianztabelle einer zweifaktoriellen Varianzanalyse ohne Wechselwirkungen	152
Tabelle 4.1–7:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der zwei-faktoriellen Varianzanalyse ohne Wechselwirkungen	156
Tabelle 4.1–8:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen der zwei-faktoriellen Varianzanalyse ohne Wechselwirkungen	160

Tabelle 4.1–9:	Varianztabelle einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Wechselwirkungen	169
Tabelle 4.1–10:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Wechselwirkungen.....	170
Tabelle 4.1–11:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit Wechselwirkungen.....	173
Tabelle 4.1–12:	Daten des Beispiels 2.....	178
Tabelle 4.1–13:	Mittelwerte des Beispiels 2	179
Tabelle 4.1–14:	Berechnungen zum Beispiel 2: der traditionelle Ansatz	182
Tabelle 4.2–1:	Varianztabelle einer einfaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	194
Tabelle 4.2–2:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der einfaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	196
Tabelle 4.2–3:	Varianztabelle einer einfaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 1).....	199
Tabelle 4.2–4:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der einfaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 1).....	202
Tabelle 4.2–5:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen der einfaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	204
Tabelle 4.2–6:	Daten des Beispiels 3.....	221
Tabelle 4.2–7:	Berechnungen zum Beispiel 3: der traditionelle Ansatz	224
Tabelle 4.2–8:	Varianztabelle einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	240
Tabelle 4.2–9:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen bei der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	244
Tabelle 4.2–10:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen der zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung (Definition 2).....	253
Tabelle 4.2–11:	Daten des Beispiels 4.....	267

Tabelle 4.2–12:	Zellenbesetzung im Beispiel 4.....	267
Tabelle 4.2–13:	Mittelwerte des Beispiels 4	268
Tabelle 4.2–14:	Berechnungen zum Beispiel 4: der traditionelle Ansatz	272
Tabelle 4.2–15:	Daten des Beispiels 5.....	277
Tabelle 4.2–16:	Zellenbesetzung im Beispiel 5.....	277
Tabelle 4.2–17:	Mittelwerte des Beispiels 5	277
Tabelle 4.2–18:	Berechnungen zum Beispiel 5: der traditionelle Ansatz	280
Tabelle 5.2–1:	Varianztabelle des allgemeinen linearen Modells (Quadratsummen).....	303
Tabelle 5.2–2:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen des allgemeinen linearen Modells (Quadratsummen)	304
Tabelle 5.2–3:	Varianztabelle des allgemeinen linearen Modells (Abweichungsquadratsummen).....	312
Tabelle 5.2–4:	Erwartungswerte der Stichprobengrößen des allgemeinen linearen Modells (Abweichungsquadratsummen).....	314
Tabelle 5.3–1:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen des allgemeinen linearen Modells (Quadratsummen)	316
Tabelle 5.3–2:	Stichprobenverteilung der Zufallsvariablen des allgemeinen linearen Modells (Abweichungsquadratsummen).....	317
Tabelle 5.5–1:	Spezialfälle der ALH.....	346
Tabelle 6.1–1:	Berechnungen zum Beispiel 2: Zellenmittelwertkodierung	383
Tabelle 6.1–2:	Die β -Parameter effektkodierter Modelle im Fall gleicher Zellenbesetzungen.....	404
Tabelle 6.1–3:	Berechnungen zum Beispiel 2: Effektkodierung.....	413
Tabelle 6.2–1:	Berechnungen zum Beispiel 4: Zellenmittelwertkodierung	427
Tabelle 6.2–2:	Die β -Parameter effektkodierter Modelle im Fall ungleicher Zellenbesetzungen.....	450
Tabelle 6.2–3:	Berechnungen zum Beispiel 4: Effektkodierung.....	463
Tabelle 7.1–1:	Daten des Beispiels von Howell/McConaughy	479

Tabelle 7.1–2:	Konkordanz der Bezeichnungen verschiedener Nullhypothesen einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	489
Tabelle 7.2–1:	Fiktives Zellenbesetzungsschema einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit $p = 2$ und $q = 3$	494
Tabelle 7.3–1:	Konkordanz der Bezeichnungen verschiedener Auswertungsmethoden einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	499
Tabelle 7.3–2:	Eigenschaften verschiedener Auswertungsmethoden einer zweifaktoriellen Varianzanalyse mit ungleicher Zellenbesetzung.....	501